

Altersgruppe Klasse 8

Aufgabe 1

Die Lage von vier Geraden in einer Ebene, von denen keine mit einer anderen übereinstimmt, kann durch die Anzahl ihrer Schnittpunkte unterschieden werden.

- Gib die größtmögliche Anzahl von Schnittpunkten an, die solche vier Geraden untereinander haben können. Fertige eine Zeichnung mit dieser Anzahl an Schnittpunkten an und begründe, warum mehr Schnittpunkte nicht möglich sind.
- Finde alle weiteren möglichen Anzahlen von Schnittpunkten, die solche vier Geraden untereinander haben können. Fertige für jede dieser Anzahlen eine entsprechende Zeichnung an. Begründe, warum alle anderen Anzahlen nicht möglich sind.

Aufgabe 2

Linda hat sich eine natürliche Zahl gedacht und anschließend in der Zifferndarstellung links eine 5 und rechts eine 8 angefügt. Dadurch hat sich die von Linda gedachte Zahl um 518215 erhöht.

Finde die von Linda gedachte Zahl und begründe, warum sie eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 3

Die beiden Tabellen sollen so mit Kreuzen \times ausgefüllt werden, dass sie dann die folgenden Eigenschaften haben:

- In jeder Spalte und jeder Zeile stehen genau drei Kreuze.
- In keinem Feld mit gleicher Zeilen- und Spaltennummer steht ein Kreuz.
- In einem Feld steht genau dann ein Kreuz, wenn auch im Feld mit vertauschter Zeilen- und Spaltennummer ein Kreuz steht.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Tabelle A3a

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Tabelle A3b

Gib jeweils eine so ausgefüllte Tabelle an oder begründe, warum sie nicht so ausgefüllt werden kann.

Altersgruppe Klasse 9

Aufgabe 1

siehe Klasse 8 Aufgabe 3

Aufgabe 2

Von den Zahlen 2023, 2024 und 2025 ist die erste durch die Quadratzahl 289, die zweite durch die Quadratzahl 4 und die dritte durch die Quadratzahl 25 teilbar.

- Geben Sie drei weitere Beispiele für jeweils drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen an, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.
- Zeigen Sie: Es gibt sogar unendlich viele Beispiele für drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.
- Finden Sie ein Beispiel mit vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.

Aufgabe 3

- In der Ebene sind zwei Punkte A und B gegeben. Bestimmen Sie alle Punkte P der Ebene, für welche die Summe der Abstände

$$|\overline{AP}| + |\overline{BP}|$$

des Punktes P zu den Punkten A und B minimal (also so klein wie möglich) wird. Geben Sie den minimalen Wert an.

- In der Ebene ist ein Quadrat $ABCD$ gegeben. Bestimmen Sie alle Punkte P der Ebene, für welche die Abstandssumme

$$|\overline{AP}| + |\overline{BP}| + |\overline{CP}| + |\overline{DP}|$$

minimal wird.

Altersgruppe Klasse 10 und Einführungsphase

Aufgabe 1

siehe Klasse 9 Aufgabe 2

Aufgabe 2

siehe Klasse 9 Aufgabe 3

Aufgabe 3

- Für die Zahl a gelte

$$a = 444\,444\,444\,444\,445^2 - 444\,444\,444\,444\,444^2 + 111\,111\,111\,111\,111$$

und für die Zahl b

$$b = 544\,444\,444\,444\,444^2 - 444\,444\,444\,444\,444^2 + 111\,111\,111\,111\,111.$$

Berechnen Sie die Quersummen von a und b .

- Zu einer gegebenen positiven ganzen Zahl s betrachten wir nun die s -stellige natürliche Zahl k , deren Zifferndarstellung aus s Einsen besteht, also $k = \underbrace{1\dots 1}_{s\text{-mal}}$, sowie die

ebenfalls s -stellige natürliche Zahl

$$m = 4k = \underbrace{4\dots 4}_{s\text{-mal}}$$

Nun ersetzen wir eine beliebige der Ziffern von m durch die Ziffer 5 und erhalten die Zahl n ; es sind also s verschiedene Werte für n möglich. Zu jedem dieser Werte bilden wir analog zur obigen Teilaufgabe die Zahl c mit

$$c = n^2 - m^2 + k.$$

Ermitteln Sie die Anzahl der Werte, welche die Quersummen dieser Zahlen c in Abhängigkeit von der Stellenzahl s annehmen können.

Altersgruppe Qualifikationsphase

Aufgabe 1

Für eine natürliche Zahl n sei $P(n)$ das Produkt ihrer von 0 verschiedenen Ziffern.

Beispielsweise ist also $P(2023) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

Man ermittle, wie viele vierstellige Zahlen n mit der Eigenschaft $P(n) = 12$ existieren.

Aufgabe 2

Man bestimme alle Lösungen des Gleichungssystems

$$x + |y + 1| = 1, \quad (1)$$

$$y + |z + 2| = 1, \quad (2)$$

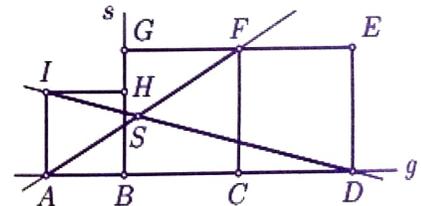
$$z + |x - 2| = 1 \quad (3)$$

im Bereich der reellen Zahlen.

Aufgabe 3

Die neun Punkte A, B, C, D, E, F, G, H und I bilden drei Quadrate $ABHI, BCFG$ und $CDEF$, wobei die vier Punkte A, B, C und D in dieser Reihenfolge auf einer Geraden g und G, H auf einem gemeinsamen Strahl s mit dem Anfangspunkt B liegen (siehe Abbildung). Die Geraden AF und DI schneiden sich im Punkt S .

Man ermittle die Größe des Winkels $\sphericalangle ASD$.



Liebe Schülerin,
lieber Schüler,

du bist an Mathe interessiert und hast Spaß zu tüfteln und zu kombinieren? Dann ist der Mathematik-Wettbewerb 2023/24 für dich eine Möglichkeit, dir selbst und anderen dein Können zu beweisen. Zusätzlich kannst du noch attraktive Preise gewinnen, z. B. die Teilnahme an einer mathematischen Sommer-Akademie!

Hier die „Spielregeln“:

Runde 1

In der Zeit bis zum 17.09.2023 sollen die gestellten Aufgaben gelöst werden. Um in die 2. Runde zu kommen, hat es in den vorhergehenden Wettbewerben in der Regel ausgereicht, wenn die Hälfte der Aufgaben richtig gelöst war. Deine Lösung (mit der Schilderung der Lösungsansätze und der Lösungswege, nicht der Rechenschritte) schickst du bitte zusammen mit dem ausgefüllten, abgetrennten Abschnitt (Erklärung, siehe rechts) bis zum 17.09.2023 (Poststempel) an das:

Immanuel-Kant-Gymnasium

Stichwort: „Mathematik-Wettbewerb“

Grüningsweg 42 - 44

44319 Dortmund

Anfang November werden wir im Internet die Namen der Teilnehmer der 2. Runde veröffentlichen. Du erhältst anschließend zusätzlich per Post Nachricht, ob du an der Runde 2 teilnehmen kannst, die am 18.11.2023 um 10.00 Uhr voraussichtlich im Immanuel-Kant-Gymnasium in 44319 Dortmund (Asseln) stattfinden wird.

An alle Schülerinnen und Schüler mit Team-Geist!

In diesem Jahr kann wieder im Schulteam um den tollen Wanderpokal der Schulen (derzeit am Immanuel-Kant-Gymnasium) gerungen werden. Die Gesamtpunktzahl der Bestplatzierten einer Schule entscheidet, wohin der Pokal wandert.

Die Aufgabenstellung findest du auch im Internet unter der Adresse:

www.Dortmunder-Mathematikwettbewerb.de

Zur Erleichterung der Korrektur wäre es nett, wenn Du Deine Lösungen mit der Erklärung (siehe unten) zusammenheftest. Die Arbeiten sollten nach Möglichkeit nicht in Klarsichthüllen oder Schnellheftern abgegeben werden.

Vielen Dank!

(Die anzugebenen Daten Name, Anschrift mit Hausnummer und Schule bitte in Druckschrift schreiben. Diese Daten werden gespeichert und benötigt, um Dich über das Weiterkommen zu informieren!!!)

✂.....

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die Aufgaben ohne fremde Hilfe gelöst habe.

Teilnahme am letzten Mathematikwettbewerb:

O JA O NEIN

VORNAME:

NAME:

STRASSE mit Hausnummer:

.....

PLZ: DORTMUND

TELEFON: 0231 /

SCHULE:

KLASSE:

DATUM:

UNTERSCHRIFT:

MATHE WETTBEWERB

2023/24



*Einunddreißigster
Mathematikwettbewerb
für Dortmunder
Schülerinnen und Schüler
der Klassen 8 bis 13!*

Organisatoren: Geschwister-Scholl-Gesamtschule
Goethe-Gymnasium
Gymnasium an der Schweizer Allee
Immanuel-Kant-Gymnasium
Mallinckrodt-Gymnasium
Reinoldus- und Schiller-Gymnasium
Bach-Grundschule
Holte-Grundschule
Libori Grundschule

Sponsor:  Sparkasse
Dortmund